

北商學報 第38期

民國110年7月 第27-47頁

橫看成嶺側成峰？ ——再探「McKenzie-Jones產品三角形」

史豐榮* 方誠**

摘 要

在傳統的李嘉圖式分派理論/模型中，我們可以仿造平面座標內兩產品的世界生產可能集合，而繪製出三產品設定下的「產品三角形」，謂之「McKenzie-Jones產品三角形」。該三角形周圍的邊線段落與內部的不同區塊，表達了國家間依照某一修正（機會成本之評比方式）後的比較利益原則，進行要素配置而獲得產品分派的過程及結果。本文採用三國三產品之設定，重新探索此一三角形背後的三度空間錐狀體，藉以說明：我們有必要由看似光滑平順的三角形，回復至原本乃帶有「端點、山脊與琢面」的錐狀體，以利完整地洞察出各國於錐狀體之生產可能集合表層的分工變化狀態，及該三角形內部出現平行四邊形之小區塊的原由。此類回歸至空間（座標值）的詳細推導，足以讓吾人警覺到：由錐狀體化約至平面製圖時，對產品分派有所改變的定性判斷，容易受到誤導；也因此，產品三角形邊線上與內部的移動距離，應避免被施予「基數」式的解讀，特別是其三個邊線的段落均早已被抹平為單一斜率值的直線。

關鍵詞：產品三角形、比較利益、李嘉圖式、國際分工、分派模型

作者們感謝(1) Ronald W. Jones教授所曾不吝給予的啟發與指教，及(2)兩位匿名評審的仔細審閱與指正原稿錯誤及不足之處；本文則獻給兩位曾與我們一起共事，但不幸皆英年早歿的黃碧玲老師、及系秘書黃雅鈴小姐。

* 史豐榮，德明財經科技大學國貿系助理教授，通訊作者(E-mail: fjshih@takming.edu.tw)

** 方誠，國立空中大學商學系副教授

收稿日期：109年12月5日；接受刊登日期：110年6月22日

Different Vistas along with the Same Topography? — Revisiting the “McKenzie-Jones Goods Triangle”

Feng-Jung Shih* Chen Fang**

Abstract

In the traditional Ricardian assignment theory/models, one can sketch the three-dimensional world transformation frontier similar to the two countries-two commodities production possibilities curve, and present it as a triangle on the plane. We revisit here one specific and better-not-to-be-forgotten triangle, the so-called “McKenzie-Jones Goods Triangle”, under the context of three countries-three products setting. By means of both bilateral comparison of opportunity costs and amended principle of comparative advantage, one can easily detect the qualitative direction of change, along any sideline of the Goods Triangle, of commodities production assigned to any country, but it’s less clear how the movements inside the interior part of the triangle should be judged and explained. This article tries to answer that vital question by tracing the Goods Triangle back to its original (pentagonal) pyramid with some inherent facets of parallelograms, while reaffirming the alluring complexity of changes in the division of labor on the edges and surface of that pyramid as world production possibilities set. One of the main lessons worth emphasizing might be: it’s categorically wrong to regard the movements along the three line segments and/or inside the interior space of the Goods Triangle as cardinal distances; and, paying full attention to some cautionary reminders from Lionel McKenzie and Ronald Jones, we could relieve ourselves of being misled by the triangle stripped of its concrete and tactile pyramid.

Key words: goods triangle, comparative advantage, Ricardian trade theory, international division of labor, assignment model

We sincerely thank Professor Ronald W. Jones for his generous guidance and advice.

* Feng-Jung Shih, Assistant Professor, Department of International Trade, Takming University of Science and Technology, Corresponding Author (E-mail: fjshih@takming.edu.tw)

** Chen Fang, Associate Professor, Department of Business, National Open University

Manuscript received: December 5, 2020; Accepted: June 22, 2021

壹、前言

在這十多年來的貿易理論研究領域內，李嘉圖式（Ricardian）¹的理論/模型頗有重獲青睞的趨勢；而在促使其有所復甦的若干契機與因素當中，諸如於全球化浪潮下，（離岸）委外代工所引發之高低技術勞工間的區隔與分類、各勞動階層所面對的（潛在）獲益與威脅，及勞資間所得與財富分配差距之日趨惡化的種種現象，往往形成最為誘人的課題。不過，Costinot and Vogel（2015）晚近點出了李嘉圖式貿易理論傳統上的一大焦點，即：國際產業分工的「分派模型」（assignment model）；而他們所指稱的“Ricardo - [Andrew D.] Roy”模型，即致力於將多要素（multifactor）的性質引入傳統的李嘉圖式理論內，以突顯各個要素如何被配置於各國的商品生產上。

然而，即便在單一生產要素的李嘉圖式理論內，浩瀚的文獻中早就存在著任一個國家基於比較利益原則而被分派至各商品之生產上的國際分工模型。於兩國兩產品的簡易架構內，此一分派的推理與結論，自然極為簡單明瞭；但在多國多產品的模型裡，此分派的邏輯問題顯然將會複雜許多。筆者們此處即試圖於這類舊式的分派理論（Ethier, 1993, p.10）內，針對三國與三產品的模型設定，進行一種特定議題的再探討。

環顧回上一個世紀，此類多國多產品、但繼續保留單一要素之分工生產的分派問題，有著一脈相傳的系譜血緣，即承襲自Frank D. Graham與Lionel W. McKenzie這對師徒的教學及研究所得。這當中，完全專業分工面向的分派邏輯，乃由Ronald W. Jones（1961）完成了最為清楚的解析；直到數年前，對不完全專業分工之分派的討論，也暫由Richter and Rosenmüller（2012）²提出了通則。然而，在新一波李嘉圖式研究的復興潮流中，某個過往有著一定地位、但其意義則有些晦暗不明的圖像型工具——「產品三角形」（goods triangle）³——卻尚未重獲應有的關注。話說回來，在R.W. Jones與（剛辭世之）R.E. Caves（及稍晚加入的J.A. Frankel）所合著之教科書內，也早早自第8版起就刪除了該三角形；至今，該書若有機會繼續推出新的版

¹ 行文之初容我們提醒：李嘉圖（David Ricardo）的論著與Ricardian models之間，有著若干差異，如：

（1）李嘉圖分析貿易時所假設的「四個神奇數字」（four magic numbers），並非指「固定之單位成本」（constant unit costs）。（2）其廢除「穀物法」（Corn laws）之倡議，在於促使英國之「利潤率免於下跌，以確保資本順利累積」（Maneschi, 1999, p.1227）。（3）他本身於處理精耕/粗耕現象，與小麥、葡萄（酒）、成衣之栽種/製作時，所論及的「生產要素」起碼有三個：機器、[勞動]技能、土地（Maneschi, 1992, pp.427-428）。

² 因此在不完全專業分工的脈絡下，不只產品被跨國分派，勞動力當然也於各國國內作相應於各個產品生產的配置。

³ 稍後第二節當中將陸續解釋筆者們把此三角形定名為“McKenzie-Jones triangle”之原由；可另與Shiozawa（2015, pp.204-205）所稱的“McKenzie-Minabe diagram”作比較。

本，此三角形是否會重見天日，也唯有待時間來揭曉。然在此之前，本文將「越俎代庖」地對其作些詮釋上的額外功夫。

不論這種解析式（即非建構新理論模型、亦非實證類之研究）的工作是否被認可為極為緊要的貢獻，筆者們構思及寫作此文的問題意識來自於：（1）與貿易理論學界內所使用的其他三角形圖示/示意圖（diagram）⁴相比，產品三角形相對地易於理解，因此對其的引介或詳盡闡述，有助於誘發一般學生或（準）研究生「學徒」對貿易理論的興趣。（2）但或許正由於該三角形的相對簡易性，原始文獻在由立體空間往平面上繪出兩軸（或三維）座標，以化約出足以象徵生產可能集合（production possibilities set）的三角形時，三度立體空間內關於分工型態之改變、商品產量增減之若干（定性式的）訊息，實已隱沒不明（或甚至遺失），以至於三度空間之「錐狀體」（pyramid）與平面三角形圖示之間的（視角）差異，泰半無法獲得明確的處理與交代；本文的標題即傳達此種意涵，並將對此進行詳細的推論，希企以此作為筆者們為文的貢獻所在。（3）此三角形的圖示雖然無法直接與Richter and Rosenmüller（2011）的研究內容有所連結，但該三角形（之類的）圖式往某種空間集合論的發展，正經由Yoshinori Shiozawa⁵之手而似乎有了嶄新突破的可能。

然在往下鋪陳之前，且讓筆者們針對分派這一個術語及本文所涉及的文獻作一交代：（1）觀諸（起碼）R.W. Jones至今⁶一貫的用法，分派一詞均用來專指商品為某國所生產的過程與結果（如：A為（被）分派成生產小麥的國家）；而本文將接續此類傳統，另將配置一詞指陳為對生產要素/資源的配置。（2）也因此，與關注於要素如何（被產品之國際價格與要素價格引導而）進行國際上之最適配置的文獻稍有不同，本文由於挑選產品三角形之圖示作為處理的焦點，最為攸關的文獻約尚另有：Whitin（1953）、Vanek and Bertrand（1971）及Minabe（1995）。其中，Whitin一文因針對兩國三產品作闡述，因此其文內之世界生產可能集合的錐體表層（surface）上，平行四邊形（詳後文）僅有一個；Vanek and Bertrand該文內的圖3.3（c）及3.3（d）中，亦明白地繪出（帶有似為平行四邊形或梯形，然實際上擁有曲度之表層的）錐體，但除了同樣源自於兩國三產品的設定外，他們其實檢討、而得出了當產品數目（如3個）多於要素數目（如勞動力與「資本」）時，要素價格於跨國間邁向均等的趨勢無法實現的可能性。至於在Minabe一書內，至少有兩章觸及了

⁴ 譬如國內亦尚未有專文處理過的“Leamer triangle”。

⁵ 沉潛二十年後，Shiozawa自2015年之後所使用之數理工具（特別是“sub-tropical algebra”），已超乎筆者們的理解程度許多；幸好他於www.researchgate.net/profile/Yoshinori_Shiozawa所引發的討論串非常的有用。

⁶ 特別參考較晚近的Jones（2017），或較早之Ethier（1993, pp.10-11）。

產品三角形與空間錐體表層之分派變動的推論細節，筆者們深受啟發；然本文之結論處將點出該書之某一必須改正的失誤⁷。

依據上述所交待的書寫動機、行文背景與相關文獻，筆者們可以自承希望達成的研究目的不外乎：（1）藉由將二度空間的圖式回復為三維空間之錐體，釐清如何正確地解讀產品三角形，及生產可能集合之錐體表層上的移動方向與分派變動的資訊，為何容易佚失於平面圖式中。（2）代數學內之三點共線的特性、與向量的相加律，原本即可用來推導出錐體表層上各點的座標值、及各產品分派的相對狀態，然本文將額外針對錐體表層為何出現平行四邊形、及四邊形內之分派是否與其他區塊有所不同之問題，提供具有經濟意涵、卻廣被忽視的解釋。（3）雖然此類舊式的李嘉圖式分派模型所使用的示意圖，較不容易發展至三個產品數之外的脈絡，但筆者們仍期盼本文所作的再解析，能刺激貿易理論學者/教本重新重視產品三角形、及其背後值得慎重介紹的空間錐體。

也因此，接下來的各小節即作如下的安排：下一節中，在引介略顯陳舊、早已眾所周知的（兩國兩產品之）世界生產可能線/邊界（frontier）之前，筆者們將先簡釋本文採用之“Ricardo - Graham”貿易理論（即單一要素搭配多國與多產品）的固有前提假設；由於三國與三產品設定下的世界生產可能集合，於此接近為某種（底面為）五角狀之錐體，因此吾人若將其由立體空間之錐體轉繪成三角形圖示時，該三角形可以被稱之為「McKenzie-Jones三角形」的理據，勢須有所交代。同時，縱然比較利益原則於兩國兩產品的脈絡下，能夠輕易地導出某種最適的國際分工型態，但多國多產品的「多邊」（multilateral；Jones（2005, p.106））架構，將使該原則受到補充與修正，而這其實也即是McKenzie與Jones對此的理論貢獻。

緊接著於第三節中，藉著對成本數值與勞動力總數的合理假設，此一三角形即被回復成三度空間內的錐狀體，而這足以突顯出：該三角形實非表達原本似為平滑的素樸表面，而是代表了擁有「端點、山脊…及琢面」⁸（‘points, ridges […and] facets’；Jones（1985, p.32），Parchure（1994, p.67））的錐體表層。由於該錐體邊界上的各個不同區塊，分別指向了有所差異的分工特性，因此區塊彼此間的分佈狀態與各自的特點必須被詳加說明；針對此一棘手的課題，本文提供了兩種迂迴的探訪路徑。最重要的是：如果吾人關注於這種錐體表層上國際分工型態的改變，則

⁷ Nobuo Minabe乃為Ronald Jones門下所出之博士；而筆者們曾向Jones教授討教本文（結論）所提出之Minabe的失誤處是否正確，可惜Jones教授遺漏了我們的這一個提問。若本文結論處的質疑正確，則Minabe（1995）一書內的某些篇幅似應必得改寫；而這顯示出：貿易學界內過於低估產品三角形背後之錐狀體的重要性。

⁸ 本文接著將視脈絡，而把三角形或平行四邊形的「頂點」稱之為「端點」，平面座標上兩個不同斜率之線段的相交點（如本文圖1之β點）、或空間內多個平面銜接所產生的交點（如本文圖5之第⑩點），則稱為「突點」；「山脊」則指兩個平面/琢面交會時所形成的線段（同樣參見圖5）。

邏輯上必須預設早已先一步地確定出最適之完全專業分工的單一型態，方能對要素與產品之配置與分派（的變動），作出圓滿的解釋。最後一節裡，關於此產品三角形遺失了哪些立體空間之錐體原有的訊息，以及該產品三角形的擴展運用及限制何在，將作為本文的結語。

貳、由機會成本至產品三角形

傳統上對李嘉圖式貿易理論的界定，即指理論或模型中的生產投入項，僅有勞動力這一初級要素（primary factor）⁹，而勞動生產力的不同，造就了國與國之間的技術差異；此外，該要素無法於國家間（相對輕易地）作跨境流動，但可以在個別國家內移轉至各個不同的生產部門、而作總體充分就業式的配置（即使移出的方向是指原本生產某產品的產業從此沒落或最終瓦解）；最重要的，所有部門之每單位產量所須使用的勞動量均各自固定。而我們此處採用之Jones（1961）所稱的“Ricardo - Graham”貿易理論，則將上述的所有要點擴大於教科書版的兩國兩產品之外（即邁入多國多產品模型），並藉此檢討兩國兩產品模型原先的推理或結論有何不足之處^{10、11}。

但首先，讓我們快速地回顧兩國兩產品的脈絡下，世界之生產可能邊界的求導與特性。根據以下表1對A、B兩國於生產成衣、小麥上的假設數字，搭配上某一勞動力

⁹ 或者，其他的中間投入項屬於非貿易財，且可輕易地回溯併入為勞動投入量；值得一提的是：當中間投入項為貿易財時，生產可能線將必然有所不同。

¹⁰ 嚴格的說，Graham於1930至1950年代的論著所批評的，乃針對「古典」及部份「新古典」人物將慣用的兩國兩產品模型與比較利益原則之結論（如：「擁有比較利益之產品者，將不會是該產品之進口國」），隨意外推至多國多產品的架構內。這引發一些相當重要、但於此無法處理的爭議，如：（1）使用到「世界其他（國家）」（rest of the world）一詞，是否就代表預設了兩國模型。（2）Graham本身頗早即主張「報酬遞增」（increasing returns）會使比較利益原則失效（“los[ing] ground”；Bobulescu（2002, p.415）），但為何「新貿易理論」興起後，一般學界對他的原典仍興趣缺缺（Rajas Parchure大概是個例外）。（3）他以「不固定的單位成本」取代固定成本數值之假設的主張，似乎影響力不大；雖然這或許跟他仍多半繼續使用固定成本（來進行批評）有關，但也意謂著非固定成本數值的使用，實頗難與傳統認定的李嘉圖式模型相連結。因此請注意在本文中，「Ricardo-Graham貿易理論」一詞僅擷取「單一要素、固定成本數值與多國多產品」之特點（雖然Shiozawa（2016）可能會反對）；而這可與「Ricardo-Viner model」多半指『特定/專屬要素模型』對照地作檢驗（參見Maneschi（1998, p.163）及Ethier（1993, p.16））。

¹¹ 傳統的比較利益原則或「比較利益序鏈」（“chain of comparative advantage”），要如何適應於「兩國（無限）多產品」或「多國兩產品」的脈絡，除了Graham之外，自是尚牽涉到諸如“Dornbusch-Fischer-Samuelson model”、Edgeworth與Viner的研究內容；請參閱Gandolfo and Trionfetti（2014, pp.23-29）。

總數（如兩國皆各為420¹²，且以此象徵式地代表國家大小），圖1中便可繪出這兩國原本各自的生產可能線¹³、並標之以A、B。由於A國在小麥之生產上的（機會）成本較B為低（ $10/4 < 10/3$ ），B國在成衣之生產上的成本較A為低（ $3/10 < 4/10$ ），謂之「A、B應分別往專精地生產小麥、成衣邁進」的比較利益原則。根據這兩段斜率值全然不同的生產可能線，吾人可以進一步繪出按照比較利益原則而來的世界生產可能線（圖1之 $\alpha\beta\gamma$ 線； α 點為（0, 245）、 γ 為（84, 0））。

表 1 兩國兩產品之成本數值表

	A	B
成衣	4	3
小麥	10	10

（數值表示各國產品使用的單位勞動量）

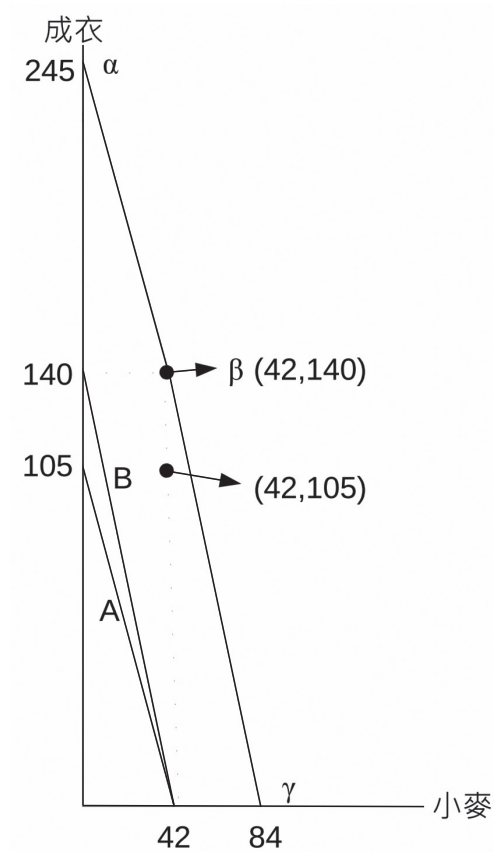


圖1 世界之生產可能邊界（ $\alpha\beta\gamma$ ）

¹² 為顧及到接下來表2內所有九個數字的公倍數，此處暫且同樣取420。雖然這兩條生產可能線因此未如一般教科書版本式的於第一象限內作相交，但於此並不影響世界生產可能線的繪製，並隱涵著此兩國的「國家大小」（country size）差距不大；後遺症則是：若國家大小差距頗遠，極可能各國均完全專業化的情形無法達成（而本文並不處理這一點）。

¹³ 由於兩軸（或三軸）是不同之產品，因此生產可能線的繪製，預設了不同產品的單位在實數線上「足以共量」（commensurable）。因此，若（譬如）一英斗（bushel）的小麥改成以公噸為單位，則生產可能線的位置、截距與斜率值將有變動；這一點的影響亦與本文的結語內容有關。

該線（ $\alpha\beta\gamma$ ）於縱軸、橫軸上截距的數量，分別代表了這兩國完全專業地同步生產成衣、或同步生產小麥時，這兩種產品的世界總產量；當國際上由 α 點開始轉而生產部份小麥時，因為B較不適合生產小麥，因此國際間應協同地由A著手放棄部份成衣之生產、而配置部份勞動力前往生產小麥。依據這種邏輯， β 點左上角的線上段落意謂著B仍持續完全專精於成衣、A則同時生產這兩種產品； β 點右下角的線上段落則指A持續完全專精於小麥、B則同時生產這兩種產品；當然了， γ 點則為兩國皆同時完全只生產小麥。

就繪圖而言，容我們旋即指出此一分派邏輯上的特點：（1）只要「各國依照比較利益、而完全專精於生產各自不同之產品的最適產量點」得以決定出來，那麼世界生產可能線的所有線段，即為該最適點與其他「完全專精（、但產品將重複分派於這兩國）之生產點¹⁴」的相連線段。（2）也因此，上述 α 、 β 、 γ 三點均指稱各國皆完全專業地生產某產品，但其中只有一點（即 β 之（42, 140））顯示分派至各國的產品完全相異。（3）在這種兩國兩產品的架構內，某國擁有比較利益者即為對手國（或潛在之「整合」夥伴國）缺乏比較利益的產品。

在這些已然耳熟能詳的基礎上，接著讓我們呈現表2。

表2 三國三產品之成本數值表

	A	B	C
成衣	4	3	2
小麥	10	10	10
亞麻布	5	7	3

在這一個添加了C國與亞麻布之三國三產品¹⁵的成本數值表中，前幾個段落所使用的二元評比（binary comparison）手法於此可以導出：（1）與成衣相比，A、B、C三國生產亞麻布的（機會）成本各為5/4、7/3、3/2。（2）與亞麻布相比，A、B、C三國生產小麥的成本各為10/5、10/7、10/3。（3）與小麥相比，A、B、C三國生產成衣的成本各為4/10、3/10、2/10。圖2即將這些序列關係繪入三條水平的直線上：

¹⁴ 請注意：這並且排除了生產可能集合內較無效率的另一點（指A、B各自完全專業地生產成衣、小麥），即圖1內之（42, 105）的座標值。此外，本文所有篇幅內所用之「最適（點）」的稱謂，均指各國完全專精於生產各自不同之產品的分派分工點，非指後古典時期所用之社會無異曲線與生產可能邊界的相切點，亦無涉及不完全專業分工本身有無（或能否是）最適點。

¹⁵ 此表的成本數值取自Jones（1985）的表1a與圖1a，且是本文唯一的解讀對象；因為篇幅的因素，我們忽略了Jones該文的表1b、表2、圖1b與圖2，幸好解讀的作法不會有根本的差異。以「成衣、小麥與亞麻布」（“cloth, corn and linen”）這三種產品作代表，並非（Thomson Whitin或）McKenzie所首用，而自然是Graham（Parchure, 1994, p.62）。

小麥 ____C____B____A____ 成衣
 成衣 ____A____C____B____ 亞麻布
 亞麻布 ____B____A____C____ 小麥

圖2 機會成本之二元式評比

那麼，如何解釋這三條線上所書寫的序列關係呢？先以第一條為例，我們可以（暫且）由左向右地解讀成：「相較於小麥，生產成衣的成本為 $C < B < A$ （因為 $2/10 < 3/10 < 4/10$ ）」；依此類推，則「相較於成衣，生產亞麻布的成本為 $A < C < B$ （因為 $5/4 < 3/2 < 7/3$ ）」、「相較於亞麻布，生產小麥的成本為 $B < A < C$ （因為 $10/7 < 10/5 < 10/3$ ）」。此外，該序列也可詮釋成：「若三國原本皆只生產小麥（即位處於該水平線的左端），則當世界開始由小麥轉而生產部份成衣（即水平線上往右移動）時，將先由C進行分派之改變、接著為B、最終方為A」；「若三國原本皆只生產成衣，則當世界開始由成衣轉而生產部份亞麻布時，將先由A進行分派之改變、接著為C、最終方為B」；「若三國原本皆只生產亞麻布，則當世界開始由亞麻布轉而生產部份小麥時，將先由B進行分派之改變、接著為A、最終方為C」。McKenzie-Jones產品三角形即源自於McKenzie（1953-54）之最早將此序列關係繪成（如本文圖3之）三角形^{16、17}。

針對圖3，想像小麥、亞麻布與成衣分屬於三度空間的x、y、z三軸，則此三角形將類似於當吾人由正面俯視（或直視、透視）某一錐狀體（詳後文第3節所繪出之五角錐體）時，該錐體出現於眼前的平面示意圖；在此三角形的三個端點/頂點處，分別對應著上一段的說明：這三國於端點①全都只生產小麥、於端點④全都只生產成衣、於端點⑦全都只生產亞麻布。同時，若由①開始作類似順時針式的移動，則在到達第②點之前，C國已開始放棄部份小麥之生產，轉而部份生產成衣（A、B則依舊只生產小麥）；到達②之時，C已轉向至全然專精於成衣之上；只有超過②之後，才換由B國開始放棄部份小麥之生產，轉而部份生產成衣（剩下A依舊只生產小麥）；同樣的，到達第③點之時，B也已轉向至全然專精於成衣之上；只有超過③之後，才換由A國開始放棄部份小麥之生產，轉而部份生產成衣。

依照如此的順序與邏輯，此一三角形外圍由①邁向至⑨的這九（個端）點，剛好也帶有類似於兩國兩產品之世界生產可能線的某一種特性：這九點都指向此三國完全專精於生產某一（可能重複的）產品（Caves, Frankel & Jones, 1990, pp.729-

¹⁶ Graham的另一位學生Thomson Whitin（1953, pp.532-533），也早就劃出兩國三產品之世界生產可能集合的立體錐狀圖，不過並未將類似的序列關係帶入作分析。

¹⁷ McKenzie於1953至1954年的一些原典中，乃以四國三產品為對象，本文則追隨Jones（1961）繼續針對對稱的三國三產品。而Nowbutsing（2011, p.152）該文從其表2的各產品成本數值表，轉而劃出產品三角形時，似乎跟其該文稍後的推論完全衝突；依筆者們判斷，在Nowbutsing該文表2中，第3國生產x的單位勞動投入量或許應為1、而非2。

730)，但點與點之間的相連線段上，於此則指某一國同時生產兩種產品、其餘兩國則完全專業化。即便如端點②⑨相連、③⑤相連、⑥⑧相連的各個三條線段上，也是如此；吾人並可因而同時確認出各個小三角形內部的分工狀態¹⁸。

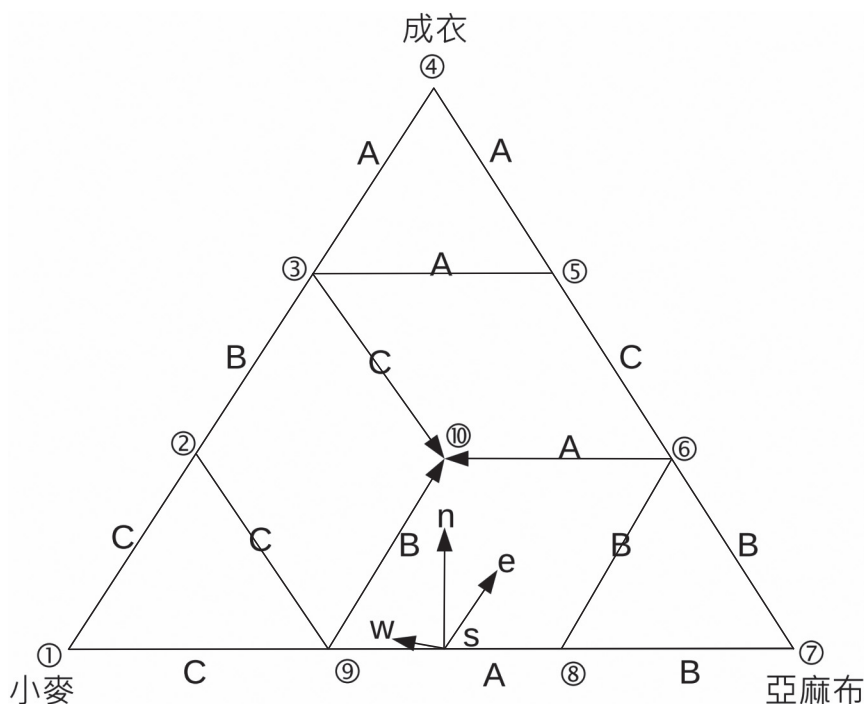


圖3 產品三角形

不過，貿易理論所普遍在意的「各國完全專業於個別生產全然不同之單一產品」的最適點呢？回歸至上述的序列關係，則似乎答案已呼之欲出：再次由端點①開始作類似順時針式的移動，則C國應最早/盡早投入生產成衣；由④開始作此類移動，則A國應最早/盡早投入生產亞麻布；由⑦開始作此類移動，則B國應最早/盡早投入生產小麥；也因此，此時世界最適的生產分派似乎應為：A、B、C分別完全專精於生產亞麻布、小麥、成衣。

然而，讓我們隨即留意到：圖2的序列關係也可以翻轉地表達成圖4，而套用前

成衣 ____A____B____C____ 小麥
 亞麻布 ____B____C____A____ 成衣
 小麥 ____C____A____B____ 亞麻布

圖4 另一角度之機會成本的二元式評比

¹⁸ 以②⑨相連的線段為例，因端點②指A、B、C各生產小麥、小麥、成衣，且端點⑨指A、B、C各生產小麥、小麥、亞麻布，則依座標值之「共線」與向量相加的特性，②⑨相連的線段上必指A、B均各生產小麥，而C則同時生產亞麻布與成衣。同理，①②⑨的小三角形內部必指A、B均各生產小麥，而C則同時生產三種產品（即有兩國同時專業生產同一種產品，另一國則一併生產全三種產品）；其餘之③⑤相連、⑥⑧相連的線段上，或③④⑤、⑥⑦⑧的兩個小三角形內部，亦能作如是推理。

述的解讀手法，此時「相較於成衣，生產小麥的成本為 $A < B < C$ （因 $10/4 < 10/3 < 10/2$ ）」……、「由端點④開始作類似逆時針式的移動，則A國應最早/盡早投入生產小麥；由①開始作此類的移動，則C國應最早/盡早投入生產亞麻布；由②開始作此類的移動，則B國應最早/盡早投入生產成衣」；也因此，此時應推論出這類世界最適的生產點似乎另為：A、B、C分別完全專精於生產小麥、成衣、亞麻布。進展至此，我們擁有了兩個截然不同之最適點的候選者；這也就意謂著就表2、圖2與圖4而言，吾人僅知A、B、C各自為最不适合生產成衣、亞麻布、小麥的國家，但各自（最）擅長的品項則似乎尚在未定之天。

McKenzie原本以為（以本文之例為準）稍早前之「A、B、C分別完全專精於生產亞麻布、小麥、成衣」的結論，即已形塑了比較利益原則於多邊架構下的正確運用；但當時尚於Tjalling Koopmans師門之下攻讀博士的Richard Rosett，向他指出另一個候選者其實才是最適點（參見McKenzie（1999, pp.383-384）及Jones（2005, p.106））。這使得McKenzie轉而開始利用Koopmans的「（生產）活動過程分析」（Activity analysis）來修正他自己原先的錯誤；根據McKenzie（1953-54, pp.171-173, 1999, pp.384-385）的推論，某國從原本非最適點之某個產品（如x）的生產，開始移轉要素/資源去生產最適的產品（如z），若所釋出、而再重新配置的勞動力，在經過跨部門的循環（circuit）效果之後，使世界上x的新產量較原先為多，即蘊涵著原本的產品品項與產量，的確並非最適的分派狀態。

同樣以表2為準，可迅速地了解這種循環效果。若B自小麥減產1單位，所釋出的10個勞動力可用以生產10（1/3）單位的成衣；C相應地減產10（1/3）單位的成衣，釋出的（10）（1/3）（2）個勞動可用以生產（10）（1/3）（2）（1/3）單位的亞麻布；A繼續相應地減產（10）（1/3）（2）（1/3）單位的亞麻布，釋出的（10）（1/3）（2）（1/3）（5）個勞動可用以生產小麥：（10）（1/3）（2）（1/3）（5）（1/10）= 10/9，結果大於原先B所減產的1單位小麥。或改以表3a呈現之，則小麥該行（column）的最後一個數字顯示了其淨增量（即 $-1 + (10/9)$ ）為1/9。相反的，表3b呈現了「B自成衣減產轉而增產小麥、A自小麥減產轉而增產亞麻布、C自亞麻布減產轉而增產成衣」之例，果不其然成衣最終出現了淨減量。

表 3a 往最適產品移動之循環效果

	小麥	成衣	亞麻布
B	-1		
B		+ (10/3)	
C		- (10/3)	
C			+ (20/9)
A			- (20/9)
A	+ (10/9)		
	1/9	0	0

表 3b 往非最適產品移動之循環效果

	小麥	成衣	亞麻布
B		-1	
B	+ (3/10)		
A	- (3/10)		
A			+ (3/5)
C			- (3/5)
C		+ (9/10)	
	0	- (1/10)	0

時至今日，根據Jones（1961）的理論貢獻（因此本文將產品三角形定名為以“McKenzie-Jones”為前置詞，同樣也顯得名符其實；亦可參見Ethier（1993, pp.9-11）），吾人已然確定：若各國完全專精於生產全然不同之單一產品方是最適的分工、分派點，則各產品之單位勞動量的乘積值出現了最小值時，該配置與分派點即為國際分工之最適點，其餘之候選者必為較不具效率的選項¹⁹。也因此，在勞動力總數皆為420時，表4的第2列（row）即為最適點之世界產量（括號內當然指國別），第3列則為前述之較不具效率者：

表 4 世界之最適點與非最適點的分派產量

	小麥	成衣	亞麻布
最適點	42 (A)	140 (B)	140 (C)
非最適點	42 (B)	210 (C)	84 (A)

一旦吾人這般地確定了此一最適點，則該點即可於產品三角形內，聯繫至各國完全專精於生產某一（可能重複之）產品的其他各點（且這些相連的線段上依舊意謂著某一國同時生產兩種產品、其他兩國則完全專業化），進而完成該三角形的內部區隔。不過，此一三角形內部與外圍邊線上的各個端點，於原本三度空間內的座標值為何呢？確實屬於（底面為五角狀的）錐體嗎？於此隨即跨入下一個小節。

¹⁹ 文獻中有時將此條件稱之“McKenzie-Jones theorem/condition”，如Parchure（1994, p.17）及Nakanishi（2018, p.43）。根據表2，當「A、B、C分別完全專精於生產亞麻布、小麥、成衣」時，單位勞動量的乘積為（5）（10）（2）= 100；但當「A、B、C分別完全專精於生產小麥、成衣、亞麻布」時，單位勞動量的乘積為（10）（3）（3）= 90。Jones（1961）原文中以“Hawkins-Simon condition/theorem”來完成推導，謂之「在個別國家均只生產相異之單一產品的分工『類別』（class）中，具有單位勞動量之乘積為最小值者，即為此類別內的最適分派」；不消說，三國三產品時，該類別內共有6個分派選項（故表4中還可以補足四列國家的不同排序）。至於這能否推論至m（產品數）> n（國家數）的情形，另參見Maneschi（1998, p.226）、Parchure（1994, p.27）及Shiozawa（2016, formula. 8-1 & 8-2）。

參、由三角形到五角錐體之「端點、山脊與琢面」

讓我們繼續利用這三國之勞動力總數皆同樣為420的假設，馬上來為圖3中的各點完整地標示出三度空間內原有的座標值，以繪出圖5；且當下文以表5詳列出三度空間之座標值時，將採用 (x, y, z) 指稱為（小麥數量，亞麻布數量，成衣數量）的作法，以保留於頁面內作圖時，垂直延伸的 z 軸能夠表達較大數字的可能，故請讀者們留意這與表4內第一列（為了配合其第2列國別順序而致之）的差異。

表5 圖5內之各點的座標值

	①	②	③	④	⑤
(x, y, z)	$(126, 0, 0)$	$(84, 0, 210)$	$(42, 0, 350)$	$(0, 0, 455)$	$(0, 84, 350)$

	⑥	⑦	⑧	⑨
(x, y, z)	$(0, 224, 140)$	$(0, 284, 0)$	$(42, 224, 0)$	$(84, 140, 0)$

那麼，根據以上的座標值可知：當成衣與小麥（原本）分別置於二度平面之縱軸與橫軸時，①②兩點間的斜率值為-5、②③兩點間的斜率值約為-3.33、③④兩點間的斜率值為-2.5；此處雖然不再往下詳述其他六個線段（即④⑤、⑤⑥、⑥⑦、⑦⑧、⑧⑨、⑨①）的此類斜率值，我們已可得出如下的判斷：對圖5之五角錐狀體的正面俯視（或直視、透視）被繪製成平面的三角形示意圖時，其實並不會出現如圖3之「不偏不倚」（“even-handed”；Jones（2005, p.106））的（正）三角形，無論是指原本圖3內之整個大三角形或其內部的三個小三角形。也就是說，McKenzie-Jones產品三角形已然被抹平（smoothed）成各邊線均為單一斜率值的三角形，即彷如①④之間、④⑦之間、⑦①之間均直接相連為周邊線段。

不過，圖5（及圖3）內被這三個表層為三角形（即③④⑤、⑥⑦⑧、①②⑨）之錐狀本體所包圍的其他部份呢？為何出現了三個表層皆為平行四邊形²⁰之琢面的區塊？回歸至本文第2節開頭對兩國兩產品之世界生產可能線的求導，則我們得到一個於此處進行繪圖時的重要線索：只要確定了這三國完全專精於各自生產全然不同之單一產品的座標值（如圖3與圖5內的第⑩點，亦即表4內的第2列）、且排除不具效率的某（些）點²¹，則與第⑩點相連之這些區塊的某些端點，必具有下述的特性：「這三國在這些端點處，各自完全專精於生產某一（可能重複的）產品，且這三個產品中必（僅）有一個產品之產量為0」；換言之，⑩與③相連、⑩與⑥相連、⑩與⑨相連。

²⁰ Whitin（1953, p.532）使用了Graham原先所假設之“ $3x + 3y + z = 168$ ”的平行四邊形（Minabe, 1995, p.113）；因Whitin該文處理的是兩國三產品，其錐狀體的表層只有一個平行四邊形。雖然未曾有「（Graham-）Whitin三角形」之類的稱謂出現，我們在註31裡參考了Whitin的某一種「釋例」。

²¹ 請留意前面的註14，及正文之表4的第3列。

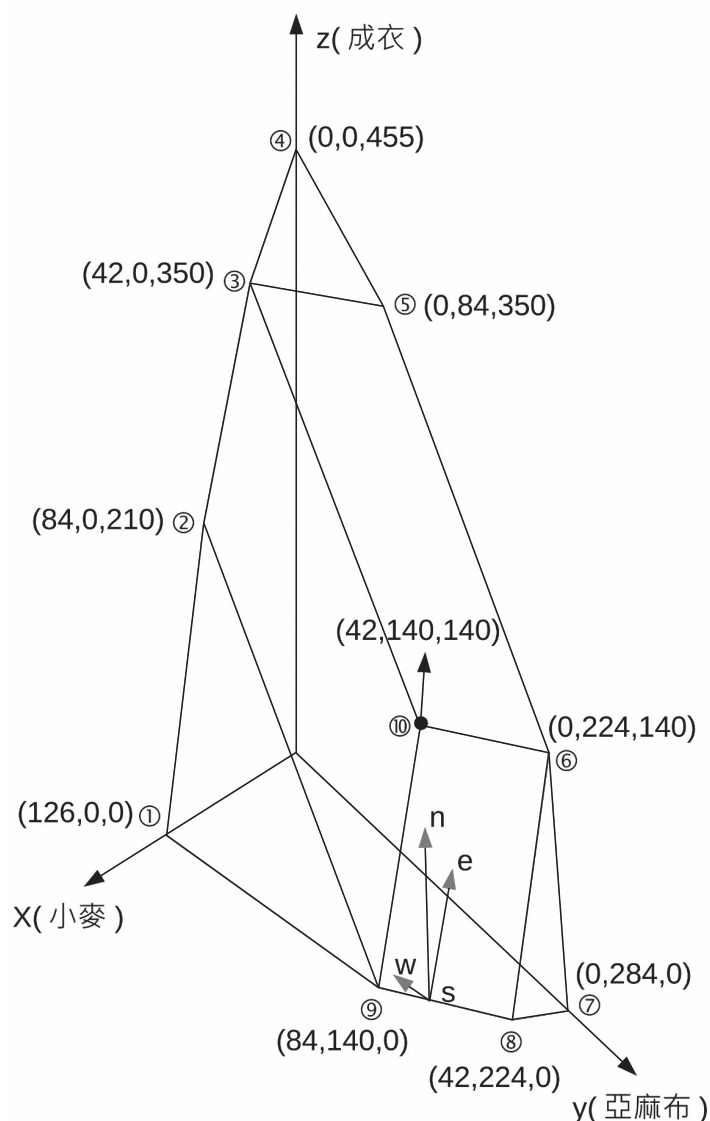


圖5 空間內世界生產可能集合之五角錐

但顯然的，為何不是「⑩與②相連、⑩與⑤相連，及⑩與⑧相連」呢？畢竟②、⑤、⑧這三點也符合以上「這三國...各自完全專精於生產某一（可能重複的）產品，且這三個產品中必（僅）有一個產品之產量為0」的特性！於此，我們可以先作個「事後諸葛」的回溯式推論：再次以本文之圖3為準，McKenzie（1953-54, p.174）與Jones（1985, p.28）均另行將端點③⑩相連之線段、⑥⑩相連之線段、⑨⑩相連之線段，各標誌了C、A與B，因為這三個線段個別地與三角形外圍上之⑤⑥相連的線段、⑧⑨相連的線段、②③相連的線段對稱（；藉由本文稍後的圖6a，則這些彼此對稱之線段上相同的商品分派狀態將更為清楚）。接著，採用筆者們所另加匯集至世界最適生產點（即第⑩點）的三個指示性箭頭，則吾人再次確認了自McKenzie以降的數理證明結果：B指向了上方的成衣、A指向了左下角的小麥、C則指向了右下角的亞麻布。反之，若依據「⑩與②相連、⑩與⑤相連，及⑩與⑧相連」的原則來繪製這三個四邊形，將導出效率較差的世界生產分派點（因為此時指示性箭頭作法下所

標誌出的A、B、C，將會轉而個別指向亞麻布、小麥、成衣），第⑩點之原本作為突點的地位與意義當然也會完全被解消²²。

當然了，我們同意以上的說明稱不上「嚴謹」，因為這已預設了吾人對圖5之錐體作平面俯視時，平行四邊形必存在於該最適分派點的鄰近周邊；不過，將Jones（1985，2005）的相關闡釋作些改造與填補，並額外針對「平行四邊形內部的產品分派狀態為何？是否與各個小三角形的內部不同？」下手，將有助於再次（迂迴地）回答上述的提問。

首先讓我們回到圖3及圖5，但由產品三角形/五角錐體下方之外圍線段上的s點，「往上」²³出發至端點⑥⑧⑨⑩之平行四邊形琢面上的n點，則（1）由本文第2節的推論可知，s點代表了B、C兩國各自完全專精於生產小麥、亞麻布，但A國則同時生產小麥與亞麻布。（2）由s點沿著錐體之表層往上移動，表示世界上開始生產某些產量之成衣；且由於根據端點⑩，最適合完全專精生產成衣者乃為B國，故B將先放棄部份小麥的生產、轉而生產部份成衣。（3）s點於該琢面之往上移動，於此並意謂著小麥與亞麻布之減產；然則由於A國最不適合生產成衣、而C國已然完全地專業生產亞麻布，故此時將由A減少亞麻布之產量、轉而增產小麥，C國則繼續只專注地生產亞麻布；那麼與s點相比，n點之成衣產量全然來自於B國，小麥之減產卻蘊涵著在C國依舊只生產亞麻布的前提下，A國之增產小麥仍不敵B之減產，但亞麻布之減產則全數來自A之勞動配置的改變。（4）若以上的推理無誤，則n點最終代表了：A國同時生產小麥與亞麻布、B國同時生產小麥與成衣、C國則只生產亞麻布。

以上這般的推論雖然頗嫌繁瑣（也就特別需要讀者們的耐心閱讀及指正），卻足夠讓我們以依舊是示意圖的6a與6b，完成類似於Minabe（1995, p.137）之所為；雖然如前所述（特別是註18），圖3與圖5內藉由座標向量之共線及相加的特性，原本即可得出山脊線上與各小三角形（及四邊形）內部各產品的數量及座標值，但由本節與上一段之推理所導引出的圖6a與6b，一則擺脫產品三角形的示意圖似為正三角形的印象，更使吾人得以以完整的經濟意涵，將「圖3之三角形內部原本似乎未必會有平行四邊形」的臆測予以消解掉。換言之，不論我們從三角形（或其內部任何一個小三角形）之外圍線段上的那一點（即便是端點）出發，這三國於錐體表層所應分派而得的產品與勞動配置，皆能獲得確定；借助於圖5、6a與6b，且預設表層各區塊的某些端點應與世界之最適生產點相連接，那麼這三個平行四邊形的位置不但迎刃而解，也間接印證了光憑共線與向量相加的作法，其實迴避了如何解釋圖3內部

²² 此處這些箭頭的用法，與Nowbutsing（2011, p.315）的處理不同，後者於該文內其實是在引介Jones（1985）的圖3。此外，將「⑩與②相連、⑩與⑤相連，及⑩與⑧相連」後，所導引出的指示性箭頭卻背離了前提式的出發點、匯集處的終點，即理應作為突點的第⑩點，這是否可能意謂著第⑩點不應是突點？本文結論處的最後一段將再次處理此問題。

²³ Jones（1985, pp.30-31）；下一節對此用語及其揭露的各產品產量之變動，將提出補充與修正。

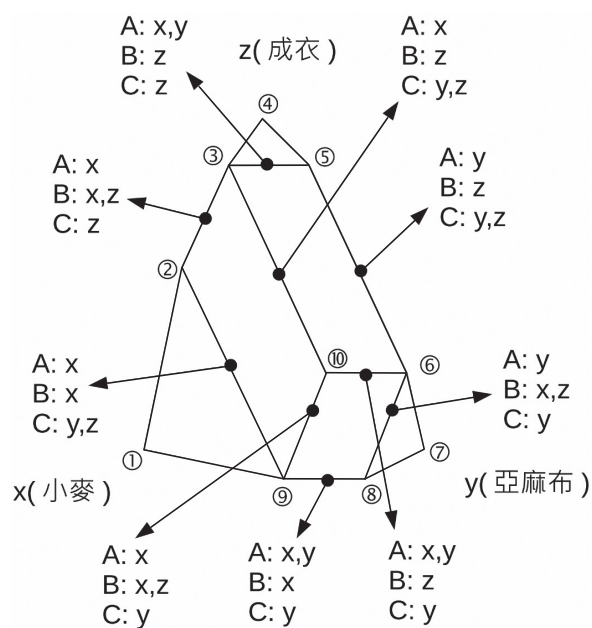


圖6a 圖5中另顯示三角形、平行四邊形之山脊上的產品分派

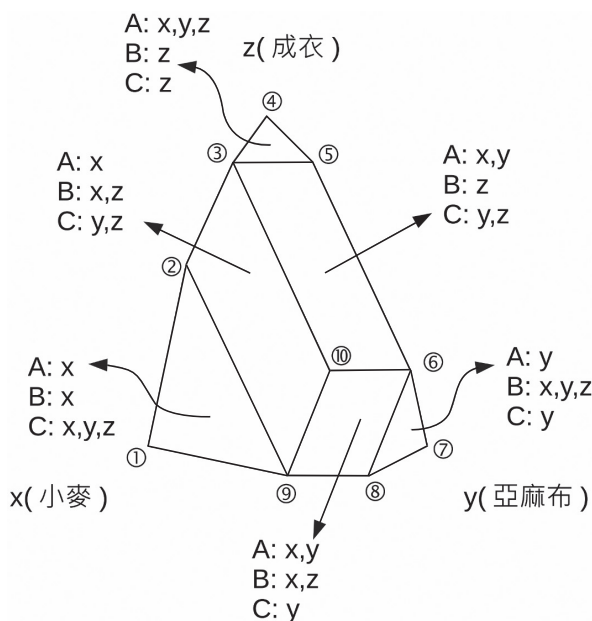


圖6b 圖5中另顯示三角形、平行四邊形內部的產品分派

(為何)有著何種區隔的問題²⁴。而上一段推論的結果即代表著在任一個平行四邊形內部(如上一段所提的n點),三國中將有兩國各自同時生產兩類產品、且產品品項

²⁴ 單就數學特性來說,圖5的端點⑩代表著A、B、C分別生產小麥、小麥、亞麻布,而第⑩點本即指A、B、C分別生產小麥、成衣、亞麻布;故⑩⑨相連線段上的各點皆指:A生產小麥、B生產小麥與成衣、C生產亞麻布。再利用端點②③相連線段上的各點皆指:A生產小麥、B生產小麥與成衣、C生產成衣;同樣藉由座標值之「共線」與向量相加的特性,則端點②③⑩⑨之四邊形內部的各點必指:A生產小麥、B生產小麥與成衣、C生產亞麻布與成衣;另外,利用②⑩相連之線段與③⑩相連之線段來作分析,亦產生相同之結論。至於各小三角形內部的生產分派,早已如是求得(同樣見註18,特別是某一國同時生產三種產品),但顯然獲致與平行四邊形內部不同之結果。

中顯然必有一個重複（如A、B兩國於上述n點皆生產小麥），而剩下的國家則完全專業地生產某產品；相對的，任一個小三角形內部則為三國中僅有一國同時生產全三類產品，其餘兩國則完全專精於某同一種產品的生產。

肆、結語——回到（3D）空間之錐體

在這結尾的篇幅中，讓筆者們再次條列、並強調McKenzie-Jones產品三角形背後所蘊涵的特點：（1）與一般將比較利益原則施以二元式運用的作法相比，多邊模式下對該原則的利用，顯然必須考慮光靠各個產品之間機會成本的評比，是否即可確認出最適的國際分工、分派點。（2）於三國及三產品的脈絡下，此三角形實非世界生產可能集合之純粹光滑的表面，該集合實際上乃包括了表層為三角形的部分錐體、表層琢面為平行四邊形的部分錐體，及聯繫到世界最適生產點的山脊線；由山脊與某些端點所分隔開來的不同區塊，均代表著各自不同、複雜了許多的分工型態。

然而，本文前言中曾預告處理此一三角形所遺失或隱藏的訊息，那麼這究竟所指為何呢？首先，當我們企圖將此三角形帶回中高年級的貿易理論教學內容時，利用3D繪圖軟體²⁵的經驗透露了：三度空間內之點的移動，極易在降格為平面式的製圖時，遺失了各軸上變數數值增減原本的正确訊息。暫且想像該五角錐狀體表層跟平面三角形內部原本並無分隔開來的各個小區塊，這時在內部純然為「空白」狀態的圖3中，s之往上移動至n點，除了繼續完完全全代表著「成衣增產、小麥與亞麻布率皆減產」之外，s往其他方向（如另外標示出之w或e點）的走勢呢？依照筆者們的初判，若僅有一個（接近正）三角形的平面圖樣，而缺乏w或e點之相對的三度空間座標值，吾人將不易判斷出小麥與亞麻布的增減產狀況²⁶。

相較之下，若圖5的繪製接近了表5背後關於生產可能集合的實體，則除了第⑩點不會位處於「正中心」附近外，於端點⑥⑧⑨⑩的平行四邊形表層上由s點往w或e點之移動，倒是有著現成的輔助線來幫助作判斷。以s往w移動之箭頭為例，該射線之（鈍角）角度²⁷明顯地較②至⑨的線段大了許多，這即表示往w的走勢意謂著小

²⁵ 本文其實使用了“SketchUp（of Google）”與“LibreOffice Draw（of The Document Foundation）”，這兩種軟體。

²⁶ 請注意正文內已提過：根據表5，產品三角形外圍的三個線段上，其實原本皆各自包含了（來自錐體之）三個不同斜率值的小線段，而該三角形即將其「抹平」（smooth）成外圍皆為單一斜率的直線；也因此，光利用「出發自s點之射線是否『平行』於三角形之左上或右上的外圍線段」，將有誤判的風險，因為只有在對照了圖5、6a與6b之後，吾人才能得知被抹平之線段的斜率值，其實是等同於圖5內的那些線段。

²⁷ 根據註26，這種輔助線也就不宜取用自圖3之三角形外圍的三個線段；另一方面，鈍角一詞的使用或許在此不甚適當，不過以圖5的座標值為例，端點②與⑨的小麥皆為84單位，可見w點之小麥數量必大於s點。而端點⑥與⑩的亞麻布皆為224單位，可見e點之亞麻布數量等於s點。

麥應是增產（而非減產）；另外，若s乃往e點移動，則因該射線「平行」於⑥⑧相連的線段，故傳達的意義應是這兩點之亞麻布的產量相同。觀諸不論是處理往w或往e點的改變，前一節（僅以移動至n點為範例）的說明顯然都必須相應地作些更動或增補²⁸；雖然，容或這只是反應了比較利益原則於此應有的「非單調性」（“non-monotonicity”；Jones（1985, p.31））而已。

再者，細讀McKenzie與Jones的原典，我們發現這兩位實際上也不忘提及某些警語，如：

「此[圖3之三角形的]示意圖乃是定性（qualitative）的，因為其[內部之不同]區塊間的計量單位（metric）全然不同」（McKenzie, 1999, p.383）；

「產品三角形實際上隱藏了原本於三度空間...足以顯示出的兩種訊息。 [...（1）]國與國之間在成本上[之基數式的]差異程度被犧牲了，而只呈現出序列上的大小關係。[（2）]同樣的，國家的大小...並未被考慮進去...」（Jones, 2005, p.106）。

何謂計量單位全然不同呢？顯然的，該三角形往內、或其外圍線段上的移動距離，完全不具有實數線上的下列特質：（自原點往右之）數字2者，即為數字1者的兩倍長度²⁹；同時，由於只有空間的錐狀體才能表達出生產可能集合的截距、曲度與體積/面積大小，難怪（產量背後之）勞動成本的數值與勞動力總數/國家大小等等的數據，並無法藉由圖3的三角形來作揭露。換句話說，我們無法在該三角形的邊線上讀出諸如「x被增產了1單位，y則減產了2單位，且背後B國之勞動配置不變，A國則移轉3個單位的勞動力至生產x上」之類的判斷；更何況在該三角形內部之移動，可能會同時涉及所有產品於產量上與分派對象上的增減與變動。此處結語前面幾段所作的補充解釋，其實也正發展自McKenzie與Jones這些意喻深遠、然廣被忽視的提點；若產品三角形的這些限制均屬實，則Minabe（1995, pp.115-117）將該三角形內外的某些長度予以「基數式」量化的處理，一來不但實屬錯誤，更顯示Shiozawa（2015）所用的「McKenzie-Minabe圖示」一詞，爾後將有被誤讀之風險³⁰。對照觀來，回歸至其背後五角錐體與非正三角形的示意圖之後，本文對產品三角形所作的釐清，除了希望能夠盡早刺激貿易理論學者/教本回復對該圖式的興趣，應當也足以作為進一步解讀國家數目大於三（但產品數目依舊受限於三維座標）時的分派分工之基礎。

²⁸ 若正文第3節的推論無誤，則此處（1）s點移動至w點應表示：B國放棄部份小麥之產量、生產部份成衣，C國繼續完全只生產亞麻布，A國則減少亞麻布之產量、轉而增產小麥，且A國小麥之增產大於B減產的（絕對值）數字。（2）另一方面，s移動至e應表示：B國放棄部份小麥的產量、生產部份成衣，C國繼續完全生產亞麻布，A國於小麥及亞麻布上的產量則皆不變。不消說，此處我們還省略了至少兩種值得考慮的角度。

²⁹ 本文的標題取自蘇軾的「題西林壁」，而如讀者們所知，該七言絕句接之以：「遠近高低各不同」。

³⁰ 請務必再參照前面的註7。

最後，就我們借助於繪圖軟體來作推導的過程與結果而言，一個渺小但絲毫不算意料之外的教訓即是：就表5與圖5而言，B、A、C個別專精於小麥、亞麻布、成衣之生產的世界分派點（42, 84, 210），其座標值確實不在該錐體表層之③⑤⑥⑩的平行四邊形上面，即該點實非該琢面上的突點³¹。但倘若我們暫且將其視之為生產上最適的分派點（並將該點標誌為⑩*），則圖5表層的三個四邊形也就必須隨之改劃為乃⑩*②⑨⑧相連、⑩*⑧⑥⑤相連、⑩*⑤③②相連；如此一來，以該點為分派基準點所繪出的世界生產可能集合，必被以（42, 140, 140）為分派基準（之正確）的生產可能邊界「包絡」於後者之內³²。

參考文獻

- Bobulescu, Roxana (2002). The paradox of F. Graham (1890-1949): A study in the history of international trade. *European Journal of the History of Economic Thought*, 9(3), 402-429.
- Caves, Robert E., Frankel, Jeffrey A., & Jones, Ronald W (1990). *World trade and payments: An introduction* (5th ed.). Glenview: Scott Foresman.
- Costinot, Arnaud & Vogel, Jonathan (2015). Beyond Ricardo: Assignment models in international trade. *Annual Review of Economics*, 7(1), 31-62.
- Ethier, Wilfred J. (1993). Ronald Jones and the theory of international trade. In W. J. Ethier, E. Helpman, & J. Peter Neary (Eds.), *Theory, policy and dynamics in international trade* (pp.9-20.). New York: Cambridge University Press.
- Gandolfo, Giancarlo & Trionfetti, Federico (2014). *International trade theory and policy* (2nd. ed.). Berlin: Springer.
- Jones, Ronald W. (1961). Comparative advantage and the theory of tariffs: A multi-country, multi-commodity model. *Review of Economic Studies*, 28(3), 161-175.
- Jones, Ronald W. (1985). Ricardo-Graham world transformation surfaces. *Osaka City University Economic Review*, 20, 27-33.

³¹ 仿照Whitin (1953, pp.532-533) 的釋例，我們可以追問：「效率較差的世界分派點（即：（42, 84, 210））如何能確定不在該③⑤⑥⑩（或其他兩個）之平行四邊形的琢面上？」利用空間內任一平面與法向量（normal vector）的特性，先設定該四邊形之平面方程式為 $ax + by + cz = d$ ，則因該四邊形的端點分別為（42, 0, 350）、（0, 84, 350）、（0, 224, 140）及（42, 140, 140），將這四組代入 $ax + by + cz = d$ 後可得： $a = (6d / 952)$ 、 $b = (3d / 952)$ 及 $c = (2d / 952)$ ；最後，將點（42, 84, 210）代入 $(6d / 952)x + (3d / 952)y + (2d / 952)z$ 中，得出之值 $(924d / 952)$ 顯然小於 d 。

³² 其理在於：根據（42, 84, 210）所改劃而來的三個四邊形中，選擇任一個四邊形的四個端點求出 $ax + by + cz = d$ 此時對應的 a, b, c 各值後，將正確的最適分派點（42, 140, 140）代入為 (x, y, z) ，所得出之值皆大於 d ；連同上一個附註，歡迎讀者驗證我們所作的運算。

- Jones, Ronald W. (2005). Triangles and trade: McKenzie as a trade theorist. *Keio Economic Studies*, 42(1&2), 103-113.
- Jones, Ronald W. (2017). The main contribution of the Ricardian trade theory. In R. W. Jones & Rold Weder (Eds.), *200 years of Ricardian trade theory: Challenges of globalization* (pp.101-115). Switzerland: Springer.
- Maneschi, Andrea (1992). Ricardo's international trade theory: Beyond the comparative cost example. *Cambridge Journal of Economics*, 16(4), 421-437.
- Maneschi, Andrea (1998). *Comparative advantage in international trade: A historical perspective*. Cheltenham: Edward Elgar.
- Maneschi, Andrea (1999). Comparative advantage: Exogenously given or endogenously generated? In S. B. Dahiya (Ed.), *The current state of economic science Vol.3: International economics, finance economics* (pp.1221-1242). Rohtak: Spellbound Pub. Ltd..
- McKenzie, Lionel W. (1953-54). Specialisation and efficiency in world production. *Review of Economic Studies*, 21(3), 165-180.
- McKenzie, Lionel W. (1999). Equilibrium, trade and capital accumulation. *Japanese Economic Review*, 50(4), 371-397.
- Minabe, Nobuo (1995). *Production and international trade*. Osaka: Otomon Gakuin University.
- Nakanishi, Noritsugu (2018). *The essence of international trade theory*. New Jersey: World Scientific.
- Nowbutsing, Baboo M. (2011). Fragility of comparative advantage in higher dimensions: An experimental investigation. *Journal of Economics and Behavioral Studies*, 2(4), 151-170.
- Parchure, Raja (1994). *The theory of international values*. New Delhi: Wiley Eastern International.
- Richter, Wolfram F. & Rosenmüller, Joachim (2012). Efficient specialization in Ricardian production. *German Economic Review*, 13(2), 117-126.
- Shiozawa, Yoshinori (2015). International trade theory and exotic algebras. *Evolutionary and Institutional Economics Review*, 12(1), 177-212.
- Shiozawa, Yoshinori (2016, March 23). *The new interpretation of Ricardo's four magic numbers and the new theory of international values / A comment on Faccarello's*

comparative advantage. Paper read at the Conference-workshop of Political Economy, University of Tokyo, Japan.

Vanek, Jaroslav & Bertrand, Trent J. (1971). Trade and factor prices in a multi-commodity world. In J. Bhagwati, R. W. Jones, R. A. Mundell, & J. Vanek (Eds.), *Trade, balance of payments and growth* (pp.49-65). Amsterdam: North Holland.

Whitin, Thomson M. (1953). Classical theory, Graham's theory, and linear programming in international trade. *Quarterly Journal of Economics*, 67(4), 520-544.

